Определение 1. *Арифметическая прогрессия* — это (конечная или бесконечная) последовательность чисел $\dots$, a_1, a_2, a_3, $\dots$, в которой разность $d = a_k - a_{k-1}$ между соседними числами одинакова для всех k; она называется *разностью* или *приращением* прогрессии.

Задача 1. Выразите n-ый член арифметической прогрессии через первый член и разность.

Задача 2. Найдите 50-ое натуральное число, большее 90, с остатком 3 от деления на 4.

Задача 3. Каждый член некоторой последовательности (кроме крайних, если такие есть) равен среднему арифметическому двух соседних членов: $a_k = (a_{k-1} + a_{k+1})/2$. Верно ли, что эта последовательность — арифметическая прогрессия? Верно ли обратное утверждение?

Задача 4. Выразите сумму всех членов конечной арифметической прогрессии a_1, a_2, $\dots$, a_n
а) через два крайних члена и количество слагаемых;
б) через начальный член, количество слагаемых и приращение.

Задача 5. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, оканчивающихся на 7.

Задача 6. **а)** Дан квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$. При каких условиях на a, b и c найдётся такая арифметическая прогрессия (a_n), что $a_1 + \dots + a_n = f(n)$ при всех натуральных n?
б) Найдите арифметическую прогрессию, сумма первых n членов которой равна $2n^2 - 3n$.

Задача 7*. Можно ли покрыть натуральный ряд k арифметическими прогрессиями с различными целыми разностями, не равными 1, если **а)** $k = 2$; **б)** $k = 3$; **в)** $k = 4$; **г)** $k = 5$.

Определение 2. *Геометрическая прогрессия* — это (конечная или бесконечная) последовательность ненулевых чисел $\dots$, a_1, a_2, a_3, $\dots$, в которой отношение $q = a_k/a_{k-1}$ соседних чисел одинаково для всех k; оно называется *знаменателем* прогрессии.

Задача 8. Будет ли геометрической прогрессией последовательность, k-ый член которой равен
а) $0,\underbrace{0\dots0}_{k}3$; **б)** $\underbrace{1\dots1}_{k}$; **в)** $g_k \cdot h_k$, где (g_k), (h_k) — геометрические прогрессии?

Задача 9. Выразите n-ый член геометрической прогрессии через первый член и знаменатель.

Задача 10. Выразите сумму всех элементов конечной геометрической прогрессии через начальный член, количество слагаемых и знаменатель.

Задача 11. Торговец принёс на рынок мешок орехов. Первый покупатель купил 1 орех, второй — 2 ореха, третий — 4, и так далее: каждый следующий покупатель покупал вдвое больше орехов, чем предыдущий. Орехи, купленные последним, весили 50 кг, после чего у продавца остался один орех. Сколько килограммов орехов было у продавца вначале? (Все орехи одинаковые.)

Задача 12. Найдите все геометрические прогрессии, у которых каждый член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих.

Определение 3. *Числами Фибоначчи* называют элементы последовательности F_0, F_1, F_2, $\dots$, в которой первые два члена F_0, F_1 равны 1, а каждый следующий член равен сумме двух предыдущих: $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ при всех натуральных $n \geqslant 2$.

Задача 13. **а)** Вычислите первые 10 чисел Фибоначчи. **б)** Представьте последовательность Фибоначчи в виде суммы двух геометрических прогрессий, т. е. найдите такие прогрессии (g_n) и (h_n), что $F_n = g_n + h_n$ при всех $n \in \mathbb{N}$.

1	2	3	4 а	4 б	5	6 а	6 б	7 а	7 б	7 в	7 г	8 а	8 б	8 в	9	10	11	12	13 а	13 б