

# Программа зачёта: прогрессии, множества, комбинаторика, целые числа

## Прогрессии

1. Определение арифметической прогрессии. Две формулы суммы арифметической прогрессии.
2. Определение геометрической прогрессии. Формула суммы геометрической прогрессии.
3. Числа Фибоначчи. Явная формула.

## Теория множеств

4. Множества и их подмножества. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, декартово произведение) и их свойства.
5. Формула включений-исключений для  $n = 3$ .
6. Отображения множеств. Образы, прообразы и их свойства. Композиция отображений.
7. Взаимно однозначное отображение. Обратимое и обратное отображения. Критерий обратимости отображения.

## Комбинаторика

8. Число сочетаний и число перестановок. Явные формулы.
9. Основные комбинаторные свойства сочетаний (и их комбинаторные доказательства).
10. Треугольник Паскаля и его свойства.
11. Бином Ньютона.

## Математическая индукция

12. Формулировка принципа математической индукции и обобщённого принципа математической индукции.
13. Неравенство Бернулли и иррациональность  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ , и т.д.
14. Формулы сокращённого умножения. Формулы для сумм  $1^k + 2^k + 3^k + \dots + n^k$  при  $k = 1; 2; 3$ .

## Целые числа

15. Понятие делимости целых чисел и его основные свойства. Делимое, делитель и частное.
16. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9 и 11.
17. Деление с остатком (существование и единственность неполного частного и остатка).
18. Наибольший общий делитель двух целых чисел и его простейшие свойства. Его представимость в виде линейной комбинации.
19. Алгоритм Евклида. Его использование при поиске выражения для наибольшего общего делителя двух чисел через их целочисленную линейную комбинацию.
20. Линейные диофантовы уравнения и общий метод их решения.
21. Основная теорема арифметики.
22. Теорема Лежандра о каноническом разложении числа  $n!$ .
23. Наименьшее общее кратное и его простейшие свойства. Связь наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного двух чисел с этими числами.