Листок №22 **Домашняя работа** сентябрь 2014г.

Определение 1. (*условие Липшица*) Функция f, определённая на множестве M, называется *липшицевой* (названо в честь Рудольфа Липшица), если найдётся такая константа C, что для любых $x, y \in M$ выполнено неравенство $|f(x) - f(y)| \leqslant C|x - y|$.

Задача 1. Пусть даны две функции $f(x)$ и $g(x)$, удовлетворяющие условию Липшица, и некоторая константа $c \in \mathbb{R}$. Докажите, что следующие функции также являются липшицевыми:
а) $cf(x)$; **б)** $f(x) \pm g(x)$; **в)** $f(g(x))$; **г)** $f(x)g(x)$, если область M ограничена;

Задача 2. Докажите, что следующие функции являются липшицевыми:
а) x; **б)** $\cos x$; **в)** $\operatorname{arcctg} x$; **г)** x^n на любом ограниченном множестве;

Задача 3. Докажите, что липшицева функция на множестве M непрерывна в каждой точке области M.

Задача 4*. На сковородке лежат две котлеты (можно считать, что котлеты — выпуклые многоугольники). Докажите, что их можно разрезать каждую на две равновеликих части одним прямолинейным разрезом.

Листок №22 **Домашняя работа** сентябрь 2014г.

Определение 1. (*условие Липшица*) Функция f, определённая на множестве M, называется *липшицевой* (названо в честь Рудольфа Липшица), если найдётся такая константа C, что для любых $x, y \in M$ выполнено неравенство $|f(x) - f(y)| \leqslant C|x - y|$.

Задача 1. Пусть даны две функции $f(x)$ и $g(x)$, удовлетворяющие условию Липшица, и некоторая константа $c \in \mathbb{R}$. Докажите, что следующие функции также являются липшицевыми:
а) $cf(x)$; **б)** $f(x) \pm g(x)$; **в)** $f(g(x))$; **г)** $f(x)g(x)$, если область M ограничена;

Задача 2. Докажите, что следующие функции являются липшицевыми:
а) x; **б)** $\cos x$; **в)** $\operatorname{arcctg} x$; **г)** x^n на любом ограниченном множестве;

Задача 3. Докажите, что липшицева функция на множестве M непрерывна в каждой точке области M.

Задача 4*. На сковородке лежат две котлеты (можно считать, что котлеты — выпуклые многоугольники). Докажите, что их можно разрезать каждую на две равновеликих части одним прямолинейным разрезом.

Листок №22 **Домашняя работа** сентябрь 2014г.

Определение 1. (*условие Липшица*) Функция f, определённая на множестве M, называется *липшицевой* (названо в честь Рудольфа Липшица), если найдётся такая константа C, что для любых $x, y \in M$ выполнено неравенство $|f(x) - f(y)| \leqslant C|x - y|$.

Задача 1. Пусть даны две функции $f(x)$ и $g(x)$, удовлетворяющие условию Липшица, и некоторая константа $c \in \mathbb{R}$. Докажите, что следующие функции также являются липшицевыми:
а) $cf(x)$; **б)** $f(x) \pm g(x)$; **в)** $f(g(x))$; **г)** $f(x)g(x)$, если область M ограничена;

Задача 2. Докажите, что следующие функции являются липшицевыми:
а) x; **б)** $\cos x$; **в)** $\operatorname{arcctg} x$; **г)** x^n на любом ограниченном множестве;

Задача 3. Докажите, что липшицева функция на множестве M непрерывна в каждой точке области M.

Задача 4*. На сковородке лежат две котлеты (можно считать, что котлеты — выпуклые многоугольники). Докажите, что их можно разрезать каждую на две равновеликих части одним прямолинейным разрезом.