Два основных закона, на которые опирается комбинаторика, таковы.

Правило суммы. Если объект A можно выбрать m способами, а объект B — n способами, то выбор «либо A, либо B» можно осуществить $m+n$ способами.

Правило произведения. Если объект A можно выбрать m способами, и после каждого такого выбора объект B можно выбрать n способами, то выбор пары $(A;B)$ в указанном порядке можно осуществить mn способами.

Задача 1°. Пусть A и B — множества, причём $|A|=n$ и $|B|=m$.
а) Сколько элементов в декартовом произведении $A\times B$?
б) Сколько элементов в множестве всех подмножеств A?
в) Сколькими способами можно занумеровать элементы множества A числами от 1 до n?

Задача 2. **а)** Забор состоит из 35 досок, каждую из которых нужно покрасить в красный, жёлтый или зелёный цвета. Сколькими способами это можно сделать, если соседние доски должны быть окрашены в разные цвета?
б) А если дополнительно требуется, чтобы хотя бы одна из досок была зелёной?

Задача 3. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске 8 ладей, чтобы они
а) не били друг друга; **б)** держали под боем все незанятые ими клетки доски?

Задача 4. **а)** Сколько существует целых чисел от 0 до 999999, в десятичной записи которых нет двух стоящих рядом одинаковых цифр?
б) На окружности отмечено десять точек. Сколько существует незамкнутых несамопересекающихся девятизвенных ломаных с вершинами в этих точках?

Задача 5. Пусть $A=\{2,57,91,179,239,2014,2017\}$, $B=\{2,91,239,2014\}$, $C=\{2,57,239\}$.
а) Сколько подмножеств множества A не содержат элементы множества B?
б) Сколько подмножеств множества A содержат хотя бы один элемент из множества C?
в) Сколько подмножеств множества A содержат хотя бы один элемент из множества B и хотя бы один элемент из множества C?

Задача 6. **а)** Сколькими способами можно раскрасить стороны правильного n-угольника в n цветов, используя каждый цвет ровно один раз? Раскраски, совмещаемые поворотом n-угольника, считаются одинаковыми.
б) Сколькими способами можно расположить числа на сторонах игрального кубика?
в)* Тот же вопрос для игрального додекаэдра.

Задача 7*. По пустыне шёл караван из девяти верблюдов. В какой-то момент каждому из них надоело видеть перед собой одного и того же верблюда. Сколькими способами можно переставить верблюдов так, чтобы теперь перед каждым верблюдом шёл не тот, что раньше?

Определение 1. Пусть $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_k\}$ — произвольное конечное множество, которое мы будем называть *алфавитом*. *Словом* в алфавите A называется конечная последовательность $\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_m$, где $\alpha_i\in A$; число m называется *длиной слова*. Слово длины 0 (пустое слово) также допускается.

Задача 8°. Пусть в алфавите n букв.
а) Сколько существует слов длины k?
б) Сколько существует слов длины k таких, что никакие две соседние их буквы не совпадают?
в) Сколько существует слов длины k, все буквы которых различны?
Замечание 1. Число из задачи 8в называется *числом размещений из n элементов по k* и обозначается A_n^k.

1 а	1 б	1 в	2 а	2 б	3 а	3 б	4 а	4 б	5 а	5 б	5 в	6 а	6 б	6 в	7	8 а	8 б	8 в

Задача 9. **а)** Найдите сумму всех пятизначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы в каждом числе все цифры были различными.
б) Тот же вопрос для пятизначных чисел и цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Задача 10°. **а)** Сколькими способами можно выбрать из 24 учеников троих дежурных?
б) Сколько в n-элементном множестве k-элементных подмножеств?
Замечание 2. Число из задачи 2б называется *числом сочетаний из n элементов по k* и обозначается C_n^k или $\binom{n}{k}$.

Задача 11. **а)** Сколькими способами можно провести диагональ в выпуклом n-угольнике?
б) Пусть в выпуклом n-угольнике никакие три диагонали не пересекаются в одной точке. Сколько всего точек пересечения диагоналей в таком многоугольнике?

Задача 12. **а)** Для пальто требуется 15 пуговиц. Имеется 3 белые, 5 красных и 7 жёлтых пуговиц. Сколькими способами их можно пришить?
б)* А сколькими способами из этих 15 пуговиц можно составить бусы?

Задача 13. Сколько существует таких семизначных телефонных номеров, в которых
а) на первом месте стоит не восьмёрка;
б) чётные и нечётные цифры чередуются;
в) номер делится на 3;
г) цифры стоят в порядке возрастания;
д) цифры не убывают?

Задача 14. Сколько существует решений уравнения $x + y + z = n$
а) в натуральных числах; **б)** в неотрицательных целых числах?

Задача 15°. Сколько существует решений уравнения $x_1 + x_2 + \ldots + x_k = n$
а) в натуральных числах; **б)** в неотрицательных целых числах; **в)** при $x_i \in \{1, 2\}$?

Задача 16. **а)** Сколькими способами можно рассадить m белых и n серых кроликов на скамейке так, чтобы никакие два белых кролика не сидели рядом?
б) А если рассаживать их по кругу?

Задача 17*. Билеты общественного транспорта нумеруются шестью цифрами. Билет называется *счастливым*, если сумма первых трёх цифр равна сумме трёх последних цифр.
а) Докажите, что число счастливых билетов равно числу билетов с суммой цифр, равной 27.
б) Сколько существует билетов с суммой цифр, равной 11?
в) Сколько всего существует счастливых билетов?

9 а	9 б	10 а	10 б	11 а	11 б	12 а	12 б	13 а	13 б	13 в	13 г	13 д	14 а	14 б	15 а	15 б	15 в	16 а	16 б	17 а	17 б	17 в