

Выпуклые многогранники-I. Элементы сферической геометрии.

Задача 1. Аккуратно докажите, что площадь сферического треугольника с углами α , β и γ на единичной сфере равна $S = \alpha + \beta + \gamma - \pi$. Напомним, что площадь поверхности сферы равна 4π .

Задача 2. Докажите индукцией *a)* по числу вершин; *b)* по числу ребер, что для плоского связного графа G имеет место *формула Эйлера*: $V - P + \Gamma = 2$.

Задача 3. Число ребер графа G не превосходит $3V - 6$.

Задача 4. *a)* Для любой совокупности из $n \geq 3$ больших окружностей на сфере, не проходящих через одну точку и ту же точку, найдется точка, принадлежащая ровно двум окружностям. *b)* Для любой совокупности из $n \geq 3$ точек на сфере, не лежащих на одной большой окружности, большая окружность, содержащая ровно две точки.

Задача 5. Докажите, что *a)* полный граф на пяти вершинах K_5 ; *b)* граф *три дома, три колодца* нельзя нарисовать на плоскости без самопересечений.

Выпуклые многогранники-I. Элементы сферической геометрии.

Задача 1. Аккуратно докажите, что площадь сферического треугольника с углами α , β и γ на единичной сфере равна $S = \alpha + \beta + \gamma - \pi$. Напомним, что площадь поверхности сферы равна 4π .

Задача 2. Докажите индукцией *a)* по числу вершин; *b)* по числу ребер, что для плоского связного графа G имеет место *формула Эйлера*: $V - P + \Gamma = 2$.

Задача 3. Число ребер графа G не превосходит $3V - 6$.

Задача 4. *a)* Для любой совокупности из $n \geq 3$ больших окружностей на сфере, не проходящих через одну точку и ту же точку, найдется точка, принадлежащая ровно двум окружностям. *b)* Для любой совокупности из $n \geq 3$ точек на сфере, не лежащих на одной большой окружности, большая окружность, содержащая ровно две точки.

Задача 5. Докажите, что *a)* полный граф на пяти вершинах K_5 ; *b)* граф *три дома, три колодца* нельзя нарисовать на плоскости без самопересечений.