

Выпуклые многогранники-I.

Задача 1. К правильному октаэдру по грани приклеили правильный тетраэдр. Сколько граней у получившегося многогранника?

Лемма (О шарнирах). *Выпуклые плоские (сферические) многоугольники $A_1A_2 \dots A_n$ и $B_1B_2 \dots B_n$ таковы, что $|A_iA_{i+1}| = |B_iB_{i+1}|$, $i = 1 \dots, n - 1$ и $\angle A_iA_{i+1}A_{i+2} \geq \angle B_iB_{i+1}B_{i+2}$, $i = 1, \dots, n - 2$. Тогда $|A_1A_n| \geq |B_1B_n|$.*

Задача 2. Верна ли Лемма о шарнирах для невыпуклых многогранников?

Задача 3. Докажите а) плоскую; б) сферическую Лемму о шарнирах.

Hint: докажите сферическую теорему косинусов:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma,$$

где a, b, c — длины сторон сферического треугольника, а γ — угол противолежащий стороне c .

Выпуклые многогранники-I.

Задача 1. К правильному октаэдру по грани приклеили правильный тетраэдр. Сколько граней у получившегося многогранника?

Лемма (О шарнирах). *Выпуклые плоские (сферические) многоугольники $A_1A_2 \dots A_n$ и $B_1B_2 \dots B_n$ таковы, что $|A_iA_{i+1}| = |B_iB_{i+1}|$, $i = 1 \dots, n - 1$ и $\angle A_iA_{i+1}A_{i+2} \geq \angle B_iB_{i+1}B_{i+2}$, $i = 1, \dots, n - 2$. Тогда $|A_1A_n| \geq |B_1B_n|$.*

Задача 2. Верна ли Лемма о шарнирах для невыпуклых многогранников?

Задача 3. Докажите а) плоскую; б) сферическую Лемму о шарнирах.

Hint: докажите сферическую теорему косинусов:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma,$$

где a, b, c — длины сторон сферического треугольника, а γ — угол противолежащий стороне c .