

## Подсчёт двумя способами и экстремальная теория графов — 2

**Задача 1.** Кликовое число графа на 19 вершинах равно 5. Чему равно минимальное и максимальное число рёбер в нём?

**Задача 2.** Обозначим через  $ex_H(n)$  максимально возможное число рёбер в графе на  $n$  вершинах, который не содержит подграфов, изоморфных графу  $H$ . Докажите, что если  $H_1$  — подграф  $H_2$ , то  $ex_{H_1}(n) \leq ex_{H_2}(n)$ .

**Задача 3.** Докажите, что а)  $ex_{K_{3,2}}(n) < 2n^{3/2}$ ; б)\*  $ex_{K_{3,3}}(n) < 2n^{5/3}$ .

**Задача 4.** (ММО-2010, задача 10.6) На плоскости отметили  $4n$  точек, после чего соединили отрезками все пары точек, расстояние между которыми равно 1 см. Оказалось, что среди любых  $n + 1$  точек обязательно есть две, соединённые отрезком. Докажите, что всего проведено не менее  $7n$  отрезков.

## Подсчёт двумя способами и экстремальная теория графов — 2

**Задача 1.** Кликовое число графа на 19 вершинах равно 5. Чему равно минимальное и максимальное число рёбер в нём?

**Задача 2.** Обозначим через  $ex_H(n)$  максимально возможное число рёбер в графе на  $n$  вершинах, который не содержит подграфов, изоморфных графу  $H$ . Докажите, что если  $H_1$  — подграф  $H_2$ , то  $ex_{H_1}(n) \leq ex_{H_2}(n)$ .

**Задача 3.** Докажите, что а)  $ex_{K_{3,2}}(n) < 2n^{3/2}$ ; б)\*  $ex_{K_{3,3}}(n) < 2n^{5/3}$ .

**Задача 4.** (ММО-2010, задача 10.6) На плоскости отметили  $4n$  точек, после чего соединили отрезками все пары точек, расстояние между которыми равно 1 см. Оказалось, что среди любых  $n + 1$  точек обязательно есть две, соединённые отрезком. Докажите, что всего проведено не менее  $7n$  отрезков.