

Неравенства 2

1. Докажите неравенство $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$, где $a, b, c > 0$.
2. Докажите, что $\frac{(1-x_1)(1-x_2)\dots(1-x_n)}{x_1\dots x_n} \geq (n-1)^n$, где $x_1, \dots, x_n > 0$ и $x_1 + \dots + x_n = 1$.
3. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3. \end{cases}$$
4. Сравните числа $(1 + \frac{1}{2015})^{2016}$ и $(1 + \frac{1}{2016})^{2017}$.
5. Докажите, что $abc + bcd + cda + dab \leq \frac{1}{27} + \frac{176}{27}abcd$, где $a, b, c, d \geq 0$ и $a + b + c + d = 1$.
6. Докажите, что $(x_1 + \frac{1}{x_1})^2 + \dots + (x_n + \frac{1}{x_n})^2 \geq \frac{(n^2+1)^2}{n}$, если $x_1, \dots, x_n > 0$ и $x_1 + \dots + x_n = 1$.
7. Решить систему
$$\begin{cases} \sqrt{1+x_1} + \sqrt{1+x_2} + \dots + \sqrt{1+x_{100}} = 100\sqrt{1+\frac{1}{100}} \\ \sqrt{1-x_1} + \sqrt{1-x_2} + \dots + \sqrt{1-x_{100}} = 100\sqrt{1-\frac{1}{100}} \end{cases}$$

Неравенства 2

1. Докажите неравенство $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$, где $a, b, c > 0$.
2. Докажите, что $\frac{(1-x_1)(1-x_2)\dots(1-x_n)}{x_1\dots x_n} \geq (n-1)^n$, где $x_1, \dots, x_n > 0$ и $x_1 + \dots + x_n = 1$.
3. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3. \end{cases}$$
4. Сравните числа $(1 + \frac{1}{2015})^{2016}$ и $(1 + \frac{1}{2016})^{2017}$.
5. Докажите, что $abc + bcd + cda + dab \leq \frac{1}{27} + \frac{176}{27}abcd$, где $a, b, c, d \geq 0$ и $a + b + c + d = 1$.
6. Докажите, что $(x_1 + \frac{1}{x_1})^2 + \dots + (x_n + \frac{1}{x_n})^2 \geq \frac{(n^2+1)^2}{n}$, если $x_1, \dots, x_n > 0$ и $x_1 + \dots + x_n = 1$.
7. Решить систему
$$\begin{cases} \sqrt{1+x_1} + \sqrt{1+x_2} + \dots + \sqrt{1+x_{100}} = 100\sqrt{1+\frac{1}{100}} \\ \sqrt{1-x_1} + \sqrt{1-x_2} + \dots + \sqrt{1-x_{100}} = 100\sqrt{1-\frac{1}{100}} \end{cases}$$