

26 июня 2015 г.

### Эйлерова характеристика. Деревья

**Задача 1** (1 балл). Докажите, что в каждом дереве есть по крайней мере две висячие вершины.

**Задача 2** (1 балл). Докажите, что во всяком связном графе найдется *остовное дерево*.

**Задача 3. а)** (1 балл) Докажите, что дерево допускает только *нулевую* систему токов.

**б)** (3 балла) Пусть  $G$  — произвольный связный граф,  $H$  — его остовное дерево. Докажите, что система токов на  $G$  однозначно определяется токами на ребрах  $\{e_1, \dots, e_k\}$  графа  $G$ , не принадлежащих остовному дереву  $H$ ; при этом на ребрах  $\{e_1, \dots, e_k\}$  токи могут быть заданы произвольно.

**Задача 4** (2 балла). В графе 57 вершин, притом любые две различные вершины соединены единственным ребром (петель в графе нет). Двое игроков по очереди стирают по одному ребру. Проигрывает тот, после чьего хода граф становится несвязным. Кто выигрывает при правильной игре?

**Задача 5** (3 балла). В стране 15 городов, некоторые из них соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что даже если любая из авиакомпаний прекратит полеты, можно будет добраться из любого города в любой другой (возможно, с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране?

26 июня 2015 г.

### Эйлерова характеристика. Деревья

**Задача 1** (1 балл). Докажите, что в каждом дереве есть по крайней мере две висячие вершины.

**Задача 2** (1 балл). Докажите, что во всяком связном графе найдется *остовное дерево*.

**Задача 3. а)** (1 балл) Докажите, что дерево допускает только *нулевую* систему токов.

**б)** (3 балла) Пусть  $G$  — произвольный связный граф,  $H$  — его остовное дерево. Докажите, что система токов на  $G$  однозначно определяется токами на ребрах  $\{e_1, \dots, e_k\}$  графа  $G$ , не принадлежащих остовному дереву  $H$ ; при этом на ребрах  $\{e_1, \dots, e_k\}$  токи могут быть заданы произвольно.

**Задача 4** (2 балла). В графе 57 вершин, притом любые две различные вершины соединены единственным ребром (петель в графе нет). Двое игроков по очереди стирают по одному ребру. Проигрывает тот, после чьего хода граф становится несвязным. Кто выигрывает при правильной игре?

**Задача 5** (3 балла). В стране 15 городов, некоторые из них соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что даже если любая из авиакомпаний прекратит полеты, можно будет добраться из любого города в любой другой (возможно, с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране?