

Подсчет деревьев

1. Доказать, что минимальное из чисел от 1 до n , отсутствующее в коде Прюфера дерева на вершинах с метками от 1 до n , совпадает с минимальным из номеров листьев этого дерева.
2. Доказать, что для любой последовательности длины $n - 2$ чисел от 1 до n при восстановлении графа из этой последовательности, взятой в качестве кода Прюфера, результирующий граф является деревом.
3. Доказать, что при восстановлении дерева из кода Прюфера для любого числа, входящего в код, соответствующая вершина результирующего дерева не является листом.
4. Дан граф с n вершинами и k компонентами связности размеров s_1, s_2, \dots, s_k . Докажите, что количество способов добавить к графу $k - 1$ ребро таким образом, чтобы сделать его связным, равно $s_1 s_2 \dots s_k n^{k-2}$.
5. Найти количество помеченных деревьев размера n , в которых вершина номер m является листом.
6. Найти количество помеченных деревьев размера n , в которых вершина номер m имеет степень d .