

## Классическое определение вероятности

В каждой задаче необходимо не только найти ответ, но и аккуратно описать пространство элементарных исходов.

**Задача 1.** Книжная полка вмещает сорок книг. Среди имеющихся у нас сорока книг есть три тома Пушкина. Ставим наши книги в случайном порядке на полку. С какой вероятностью тома Пушкина окажутся стоящими в правильной последовательности, но не обязательно рядом?

**Задача 2.** На этаже школы есть кабинеты математики, физики, химии и биологии. Двадцать школьников случайным образом расходятся по кабинетам. Какова вероятность того, что ни один кабинет не останется пустым?

**Задача 3.** Из множества всех последовательностей длины  $n$ , состоящих из цифр 0, 1, 2, случайно выбирается одна. Найдите вероятность того, что в последовательности ровно  $m_0$  нулей,  $m_1$  единиц и  $m_2$  двоек.

**Задача 4.** Какова вероятность того, что четырёхзначный номер случайно взятого автомобиля имеет две пары одинаковых цифр?

**Задача 5.** За круглый стол рассаживаются в случайном порядке  $2n$  гостей. Какова вероятность того, что гостей можно разбить на  $n$  непересекающихся пар так, чтобы каждая пара состояла из сидящих рядом мужчины и женщины?

**Задача 6.** Из совокупности всех подмножеств множества  $\{1, 2, \dots, N\}$  по схеме выбора с возвращением выбираются подмножества  $A_1, A_2$ . Найдите вероятность того, что множества  $A_1, A_2$  не пересекаются.

**Задача 7.** Из совокупности всех подмножеств множества  $\{1, 2, \dots, N\}$  по схеме выбора с возвращением выбираются подмножества  $A_1, A_2, \dots, A_r$ . Найдите вероятность того, что множества  $A_1, A_2, \dots, A_r$  попарно не пересекаются.

**Задача 8.** Из множества целых чисел  $\{1, 2, \dots, N\}$  по схеме выбора с возвращением выбираются числа  $\xi$  и  $\eta$ . Обозначим  $p_N$  вероятность события  $\xi^2 + \eta^2 \leq N^2$ . Найдите  $\lim_{N \rightarrow \infty} p_N$ .

**Задача 9.** Из множества всех графов на  $n$  вершинах (без петель, кратных ребер и ориентации) наугад берется один граф. Найдите вероятность того, что этот граф является а) простым циклом, б) деревом.

**Задача 10.** Найдите пределы вероятностей из предыдущей задачи при  $n \rightarrow \infty$ .

**Задача 11.** Даны числа  $n, k, s, l$ . Дано множество  $\mathcal{R}_n = \{1, 2, \dots, n\}$ . Рассмотрим множество  $\mathcal{K}$ , состоящее из всех  $k$ -сочетаний в  $\mathcal{R}_n$ . Выберем случайное подмножество в множестве  $\mathcal{K}$ , содержащее  $s$  элементов. Это будет случайная совокупность  $k$ -элементных подмножеств множества  $\mathcal{R}_n$ , в которой ровно  $s$  таких подмножеств. Обозначим ее  $\mathcal{M} = \{M_1, \dots, M_s\}$ . Найдите вероятность того, что

$$\{1, 2, \dots, l\} \cap M_i \neq \emptyset \quad \forall i = 1, \dots, s.$$

**Задача 12.** Из множества целых чисел  $\{1, 2, \dots, N\}$  по схеме выбора с возвращением выбираются числа  $\xi$  и  $\eta$ . Найдите вероятность того, что  $\xi^3 + \eta^3 \equiv 0 \pmod{3}$ .