

1 июля 2015 г.

Суммы квадратов-IV. Числа Гурвица

Определение. Числами Гурвица H называется множество кватернионов $\{u = a+bi+cj+dk\}$, у которых все координаты либо одновременно целые, либо одновременно полуцелые.

Задача 1 (1 балл). Докажите, что произведение двух чисел Гурвица снова является числом Гурвица.

Задача 2. *a)* (1 балл) Докажите, что число Гурвица $\frac{5}{2} + \frac{5}{2}i + \frac{3}{2}j + \frac{3}{3}k$ простое. *b)* (1 балл) Разложите число 7 в произведение простых чисел Гурвица.

Задача 3 (1 балл). Докажите, что число n предствимо в виде четырех квадратов тогда и только тогда, когда число $2n$ предствимо в виде четырех квадратов.

Задача 4 (2 балла). Приведите пример двух таких чисел Гурвица u и v , что u делится на v слева, но не делится справа.

Задача 5 (3 балла). Докажите, что число Гурвица h является простым тогда и только тогда, когда его норма $N(h)$ есть простое (в \mathbb{Z}) число.

1 июля 2015 г.

Суммы квадратов-IV. Числа Гурвица

Определение. Числами Гурвица H называется множество кватернионов $\{u = a+bi+cj+dk\}$, у которых все координаты либо одновременно целые, либо одновременно полуцелые.

Задача 1 (1 балл). Докажите, что произведение двух чисел Гурвица снова является числом Гурвица.

Задача 2. *a)* (1 балл) Докажите, что число Гурвица $\frac{5}{2} + \frac{5}{2}i + \frac{3}{2}j + \frac{3}{3}k$ простое. *b)* (1 балл) Разложите число 7 в произведение простых чисел Гурвица.

Задача 3 (1 балл). Докажите, что число n предствимо в виде четырех квадратов тогда и только тогда, когда число $2n$ предствимо в виде четырех квадратов.

Задача 4 (2 балла). Приведите пример двух таких чисел Гурвица u и v , что u делится на v слева, но не делится справа.

Задача 5 (3 балла). Докажите, что число Гурвица h является простым тогда и только тогда, когда его норма $N(h)$ есть простое (в \mathbb{Z}) число.