

3. Целые точки в многогранниках

Задача 1. Считая известным, что для многогранника с вершинами в целых точках $N(kP)$ — кубический многочлен со свободным членом 1, старший коэффициент которого равен объему, выразите объем P через $N(P)$, $N(-P)$ и $N(2P)$.

Задача 2. Чему равен многочлен $N(kP)$ для тетраэдра с вершинами в точках $(0, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 0, 0)$ и $(1, 1, h)$?

Задача 3. а) Как выглядит многогранник, задаваемый неравенствами $0 \leq x \leq y \leq z \leq n$?

б) Как выглядит многогранник, задаваемый неравенствами $0 \leq x, y, z$ и $x + y + z \leq n$?

в) Докажите, что в этих многогранниках поровну целых точек.