

## Композиции движений

Для успешной сдачи этого листка необходимо решить четыре задачи.

1. В каких случаях композиция двух поворотов не является поворотом? Каким движением она может быть?

2. Замкнуты ли относительно композиции следующие классы движений (то есть верно ли, что композиция двух движений из класса — снова движение из того же класса): центральные симметрии? параллельные переносы? повороты? параллельные переносы и повороты? симметрии? скользящие симметрии? симметрии и скользящие симметрии?

3. Докажите, что ограниченное (то есть содержащееся в каком-то круге) подмножество точек плоскости имеет не более одного центра симметрии. Докажите, что никакое подмножество точек плоскости не имеет ровно двух центров симметрии. Докажите, что если подмножество точек плоскости имеет ровно две оси симметрии, то они перпендикулярны.

4 (теорема Наполеона). На сторонах треугольника  $ABC$  вовне построены равносторонние треугольники  $ABC_1$ ,  $BCA_1$  и  $CAB_1$ . Отмечены их центры  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$ . Используя композиции поворотов, докажите, что треугольник  $O_1O_2O_3$  равносторонний.

5. На плоскости даны два равных треугольника  $ABC$  и  $A'B'C'$ . Для первого указанный порядок вершин — это обход по часовой стрелке, для второго — против. Докажите, что середины отрезков  $AA'$ ,  $BB'$  и  $CC'$  лежат на одной прямой.