Для сдачи листочка достаточно решить 7 задач из 10.

1. Две окружности радиуса R пересекаются в точках M и N. Пусть A и B — точки пересечения серединного перпендикуляра к отрезку MN с этими окружностями, лежащие по одну сторону от прямой MN. Докажите, что $MN^2 + AB^2 = 4R^2$

2. . Внутри прямоугольника $ABCD$ взята точка M. Докажите, что существует выпуклый четырёхугольник с перпендикулярными диагоналями длины AB и BC, стороны которого равны AM, BM, CM, DM.

3. В трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны, M — точка пересечения биссектрис углов A и B, N — точка пересечения биссектрис углов C и D. Докажите, что $2MN = |AB + CD - BC - AD|$.

4. Из вершины B параллелограмма $ABCD$ проведены его высоты BK и BH. Известно, что $KH = a$ и $BD = b$. Найдите расстояние от точки B до точки пересечения высот треугольника BKH.

5. Даны непересекающиеся хорды AB и CD окружности. Постройте точку X окружности так, чтобы хорды AX и BX высекали на хорде CD отрезок EF, имеющий данную длину a.

6. Окружность пересекает стороны BC, CA, AB треугольника ABC в точках A_1 и A_2, B_1 и B_2, C_1 и C_2 соответственно. Докажите, что если перпендикуляры к сторонам треугольника, проведённые через точки A_1, B_1 и C_1, пересекаются в одной точке, то и перпендикуляры к сторонам, проведённые через точки A_2, B_2 и C_2, тоже пересекаются в одной точке.

7. Окружности S_1 и S_2 радиуса 1 касаются в точке A; центр O окружности S радиуса 2 принадлежит S_1. Окружность S_1 касается S в точке B. Докажите, что прямая AB проходит через точку пересечения окружностей S_2 и S.

8. В треугольнике ABC проведены медианы AF и CE. Докажите, что если $\angle BAF = \angle BCE = 30^\circ$, то треугольник ABC правильный.

9. Даны угол ABC и точка D внутри его. Постройте отрезок с концами на сторонах данного угла, середина которого находилась бы в точке D.

10. Даны две концентрические окружности S_1 и S_2. Проведите прямую, на которой эти окружности высекают три равных отрезка.