

Для сдачи листочка необходимо решить 4 задачи из 5.

1. Внутри квадрата  $A_1A_2A_3A_4$  взята точка  $P$ . Из вершины  $A_1$  опущен перпендикуляр на  $A_2P$ , из  $A_2$  — на  $A_3P$ , из  $A_3$  — на  $A_4P$ , из  $A_4$  — на  $A_1P$ . Докажите, что все четыре перпендикуляра (или их продолжения) пересекаются в одной точке.
2. Постройте равносторонний треугольник  $ABC$  так, чтобы его вершины лежали на трёх данных параллельных прямых.
3. Точка  $M$  лежит на дуге  $AB$  описанной окружности правильного треугольника  $ABC$ . Докажите, что  $MC = MA + MB$ .
4. Дан треугольник  $ABC$ . На его сторонах  $AB$  и  $BC$  построены внешним образом квадраты  $ABMN$  и  $BSPQ$ . Докажите, что центры этих квадратов и середины отрезков  $MQ$  и  $AC$  образуют квадрат.
5. На сторонах треугольника  $ABC$  внешним образом построены правильные треугольники  $ABC_1$ ,  $AB_1C$  и  $A_1BC$ . Пусть  $P$  и  $Q$  — середины отрезков  $A_1B_1$  и  $A_1C_1$ . Докажите, что треугольник  $APQ$  правильный.