

ЗАДАЧА 1. Докажите, что количество правильных раскрасок диаграммы зацепления в 3 цвета не меняется при а) первом; б) втором; в) третьем движении Райдемайстера.

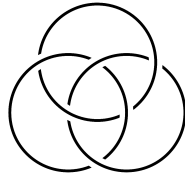
ЗАДАЧА 2. Найти количество правильных раскрасок в 3 цвета для следующих диаграмм зацеплений:



а)



б)



в) кольца Борромео

ЗАДАЧА 3. Докажите, что кольца Борромео не расцепляются.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Раскраска диаграммы зацепления в  $n \geq 3$  цветов это расстановка на дугах диаграммы целых чисел от 0 до  $n - 1$ . Раскраска называется правильной, если для каждого пересечения выполнено равенство

$$2a \equiv b_1 + b_2 \pmod{n}$$

где  $a$  — число, написанное на верхней дуге,  $b_1$  и  $b_2$  — числа, написанные на нижних дугах, примыкающих к этому пересечению:

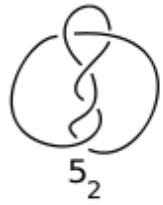
ЗАДАЧА 4. Докажите, что число правильных раскрасок диаграммы зацепления в  $n$  цветов делится на  $n$ .

ЗАДАЧА 5. Докажите, что количество правильных раскрасок диаграммы зацепления в  $n$  цветов не меняется при а) первом; б) втором; в) третьем движении Райдемайстера.

ЗАДАЧА 6. Найти количество правильных раскрасок в  $n$  цветов (для всех  $n$ ) для следующих диаграмм зацеплений:



а)



б)



в)

ЗАДАЧА 7. Верно ли, что число правильных раскрасок диаграммы в  $n$  цветов одинаково для длинного узла и его замыкания?

ЗАДАЧА 8\*. Докажите, что для простого  $n$  число правильных раскрасок диаграммы зацепления в  $n$  цветов есть степень числа  $n$ .