

Summer Camp of 57 School

Victor Alekseevich Kleptsyn

6th of August 2013

Ordinals and cardinals

Problem 1. Пусть множество M вполне упорядочено. Покажите, что множество левых лучей M , меньших M , эквивалентно (как упорядоченное множество) самому множеству M .

Problem 2. Докажите честно лемму о приложении.

Hint. Проведите трансфинитную индукцию по уже приложенной части (левому лучу) первого множества, правильно сформулировав все утверждения.

Напоминание: ординал = класс эквивалентности вполне упорядоченных множеств.

Problem 3. Множество ординалов мощности, не выше данной — вполне упорядоченное множество.

Problem 4. Множество не более чем счётных ординалов несчётно.

Hint. В чём в этом случае будет заключаться “парадокс брадобрея”?

Приняв как аксиому возможность вполне упорядочить любое множество, выведите из неё:

Problem 5. Аксиому выбора в следующей форме: если заданы попарно непересекающиеся непустые множества A_s , где $s \in S$, то найдётся множество X , пересекающее каждое из A_s ровно по одному элементу.

Problem 6. Декартов квадрат любого бесконечного множества A равномогчен самому A .

Hint. Примените трансфинитную индукцию.